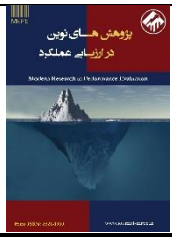
Modern Research in Performance Evaluation

www.journal-mrpe.ir

Mod. Res. Perf. Eval. Vol. 2, No. 1 (2023) 14–23.



Paper Type: Original Article

A Double-Frontier Analysis Approach for Measuring the Efficiency of Dynamic Systems

Hossein Azizi*

Department of Applied Mathematics, Parsabad Moghan Branch, Islamic Azad University, Parsabad Moghan, Iran; azizhossein@gmail.com.

Citation:

Azizi, H. (2023). A double-frontier analysis approach for measuring the efficiency of dynamic systems. *Modern research in performance evaluation, 2*(1), 14-23.

Received: 07/10/2022 Reviewed: 10/11/2022 Revised: 21/12/2022 Accepted: 18/01/2023

Abstract

Purpose: Measuring intertemporal efficiency variations (such as window analysis and the Malmquist index) has always been an interesting topic in the field of Data Envelopment Analysis (DEA). However, these methods overlook carry-over activities across two consecutive periods. Instead, they focus independently on individual time periods while also taking the time variation effect into account. In the real world of commerce, long planning and investment times can be a source of concern. To adapt to the long-time view, dynamic DEA integrates carry-over activities into the model and allows us to measure the special function of the period based on the long-term optimization during the whole period. Accordingly, dynamic analysis is needed when the data are available.

Methodology: The present paper proposes the double-frontier dynamic DEA for simultaneously measuring system efficiency and period efficiency for multitemporal systems in which quasi-fixed input or interstitial periods are the source of intertemporal dependence between consecutive periods.

Findings: To illustrate this approach, an example is presented from the forests of Taiwan where the forest entity acts as the quasi-fixed input.

Originality/Value: In addition to the optimistic efficiency of the decision-making unit, this approach also considers its pessimistic efficiency. Compared with the traditional dynamic DEA, the double-frontier dynamic DEA approach has a higher differential power in identifying better-performing systems.

Keywords: Data envelopment analysis, Dynamic system, Optimistic and pessimistic efficiency, Overall performance.

Corresponding Author: azizhossein@gmail.com http://dorl.net/dor/20.1001.1.28211960.1402.2.1.2.1

Licensee. **Modern Research in Performance Evaluation**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

پژوهش‌های نوین در ارزیابی عملکرد
دوره ۲، شماره (۱)، (۱۴۰۲)، ۲۳-۱۴
www.journal-mrpe.ir
Modern Research in Performance Evaluation

نوع مقاله: پژوهشی

یک رویکرد تحلیل مرز دوگانه برای اندازه‌گیری کارایی سیستم‌های پویا

حسین عزیزی*
گروه ریاضی، واحد پارس‌آباد مغان، دانشگاه آزاد اسلامی، پارس‌آباد مغان، ایران.

چکیده

هدف: اندازه‌گیری تغییر کارایی بین‌دوره‌ای (مانند تحلیل پنجره و شاخص مالمکوئیست) از دیرباز یک موضوع موردتوجه در تحلیل پوششی داده‌ها[1] بوده است. بااین‌حال، این روش‌ها معمولا فعالیت‌های انتقالی بین دو دوره پیاپی را مورد چشم‌پوشی قرار می‌دهند و تنها به‌طور مستقل روی دوره‌های زمانی جداگانه با هدف بهینه‌سازی در یک دوره منفرد تمرکز می‌کنند؛ اولا آن‌که این مدل‌ها ممکن است اثر تغییر زمانی را درنظر بگیرند. در دنیا واقعی بازرگانی، زمان طولانی برنامه‌ریزی و سرمایه‌گذاری موجب نگرانی بسیار می‌شود. برای سازگار شدن با دیدگاه زمان طولانی، مدل *DEA* پویا فعالیت‌های انتقالی را نیز وارد مدل می‌کند و به ما امکان می‌دهد که کارایی ویژه دوره را براساس بهینه‌سازی زمان طولانی در طول تمام دوره اندازه‌گیری کنیم. براین اساس، در مواقعی که داده‌ها موجود است، انجام تحلیل پویا ضرورت دارد.

روش‌شناسی پژوهش: این مقاله رویکرد «*DEA* پویا با مرز دوگانه» را برای اندازه‌گیری هم‌زمان کارایی سیستم و کارایی دوره‌ها برای سیستم‌های چنددوره‌ای که در آن‌ها ورودی‌های شبه‌ثابت یا محصولات بینابینی منبع وابستگی بین‌زمانی بین دوره‌های متوالی هستند، پیشنهاد می‌کند.

یافته‌ها: مثالی از جنگل‌های تایوان ارایه می‌شود که در آن موجودی جنگل نقش ورودی شبه‌ثابت را ایفا می‌کند.

اصالت/ارزش افزوده علمی: در رویکرد *DEA* پویا با مرز دوگانه، علاوه‌بر کارایی خوش‌بینانه هر واحد تصمیم‌گیری، کارایی بدبینانه آن نیز درنظر گرفته می‌شود. در مقایسه با *DEA* پویا سنتی، رویکرد *DEA* پویا با مرز دوگانه قدرت افتراقی بیش‌تری در شناسایی سیستم‌های دارای عملکرد بهتر دارد. پیشنهاد می‌شود که هر دو کارایی را در قالب یک کارایی میانگین هندسی ادغام کنیم که عملکرد کلی هر *DMU* را اندازه‌گیری می‌کند. مشاهده می‌شود که کارایی میانگین هندسی قدرت افتراق بیش‌تری نسبت به هرکدام از دو کارایی دارد.

کلیدواژه‌ها: تحلیل پوششی داده‌ها، سیستم پویا، کارایی‌های خوش‌بینانه و بدبینانه، عملکرد کلی.

۱- مقدمه

DEA تکنیکی برای اندازه‌گیری کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری[2] است که در یک دوره زمانی، ورودی‌های متعدد را استفاده می‌کنند و خروجی‌های متعدد تولید می‌کنند. از زمان کار پیشگامانه چارنز و همکاران [1]، مطالعات متعددی درباره روش‌شناسی و کاربرد *DEA* منتشر شده‌اند؛ به‌عنوان‌مثال، رک کوک و سیفورد [2]. نه‌تنها سازمان‌های غیرانتفاعی، بلکه حتی سازمان‌های انتفاعی نیز از این تکنیک برای شناسایی *DMUs* غیرکارا و نیز عوامل ایجادکننده ناکارایی استفاده می‌کنند. تکنیک *DEA* متعارف برای اندازه‌گیری عملکرد

[1] Data Envelopment Analysis (DMU)

[2] Decision Making Units (DMU)

* نویسنده مسئول
azizhossein@gmail.com

http://dorl.net/dor/20.1001.1.28211960.1402.2.1.2.1

یک *DMU* در یک مدت‌زمان معین به‌صورت ایستا طراحی شده است. وقتی‌که چندین دوره با روابط بینابینی موردنظر است، کارایی کلی را باید به‌صورت پویا، با درنظرگرفتن روابط بین دوره‌های متوالی، اندازه‌گیری کرد. درغیر این‌صورت، اندازه‌های به‌دست‌آمده کارایی گمراه‌کننده خواهد بود و مقالات زیادی هستند که اثرات بین‌دوره‌ای اندازه‌گیری عملکرد را بررسی کرده‌اند.

اصطلاح «*DEA* پویا» به معنای استفاده از مدل‌های *DEA* برای توصیف روابط بینابینی بین هرکدام از دوره‌ها و استفاده از روش‌های حل مربوطه برای محاسبه کارایی نسبی مجموعه‌ای از *DMUs* چند دوره‌ای است. این روابط بینابینی به اشکال مختلفی هستند. یکی از آن‌ها این است که مقدار کل ورودی مصرف‌شده در تمام دوره‌ها باید ثابت باشد. به‌عنوان‌مثال، فار [3] کارایی خروجی را با اجازه دادن تخصیص ورودی در طی تعداد متناهی از دوره‌ها اندازه‌گیری کرد. در اکثر موارد، ورودی‌های سرمایه‌ای و تعدیل هزینه‌ها منابع اصلی پویا بودن موقعیت هستند و بسیاری از مقالات این عوامل را بررسی کرده‌اند. به‌عنوان‌مثال، سنگوپتا [4] از رویکرد هزینه تعدیل برای تحلیل تاثیر بیزاری از خطر و افت‌وخیزهای خروجی بر مرز تولید پویا در مواقعی که هر دو نوع ورودی جاری و سرمایه‌ای برای تولید خروجی‌ها استفاده می‌شوند، استفاده کرد.

بااین‌حال، این کارهای اولیه فقط یک خروجی دارند و فار و گروسکوپف [5] جنبه‌های پویا تولید را در زمانی که خروجی‌های متعدد موردنظر هستند، در مدل *DEA* متعارف وارد کردند. آن‌ها چندین مدل بین‌دوره‌ای را فرمول‌بندی کردند که مبنایی برای بسیاری از مطالعات بعدی بر روی *DEA* پویا شد. سنگوپتا [6] ایده سنگوپتا [6] را بسط داد تا عدم اطمینان قیمت‌های ورودی آینده نیز در آن گنجانده شود. جانیکه [7] نقش سرمایه خاک را در یک چرخه محصول با درنظر گرفتن آن به‌عنوان یک خروجی بینابینی موردمطالعه قرار داد. نموتو و گوتو [8] ورودی‌ها را به‌صورت ورودی‌های متغیر و ورودی‌های شبه‌ثابت در اندازه‌گیری کارایی بهره‌وری مشخص کردند. مدل آن‌ها توسط ئولت و یان [9] تغییر داده شد تا امکان محدودیت‌های ضعیف‌تر روی سرمایه‌گذاری سرمایه‌ای فراهم شود و ون گیمولر [10] آن را تغییر داد تا بتواند بدون اطلاعات قیمت کار کند.

امروزنژاد و تاناسولیس [11] تعریف کارایی پارتو[1] را به مسیرهای سنجش بسط دادند تا امکان اندازه‌گیری کارایی در زمانی‌که موجودی سرمایه موجب وابستگی سطح ورودی/خروجی به دوره‌های زمانی می‌شود، فراهم شود. دی ماتئو و همکاران [12] مدل‌هایی را برای الحاق اطلاعات مربوط به هزینه تعدیل در چارچوب *DEA* ارایه کردند. این مدل‌ها قادر به شناسایی مسیرهای بهینه تعدیل برای مقادیر ورودی هستند، به‌طوری‌که مقدار خالص سود کنونی بیشینه‌سازی شود. سیلوا و استفانو [13] کران‌های اندازه کارایی را در شرایط فناوری هزینه تعدیل و کمینه‌سازی هزینه بین‌دوره‌ای به‌دست آوردند. چن و ون دالن [14] مدلی را ایجاد کردند که اثرات تاخیری تولید را در اندازه‌گیری کارایی درنظر می‌گیرد. تونه و تسوتسویی [15] یک مدل مبتنی بر اسلک را برای اندازه‌گیری کارایی کلی و کارایی‌های دوره‌ای در زمانی که دو دوره متوالی براساس مانده انتقالی به هم مرتبط می‌شوند، ارایه کردند.

اکثر مطالعات فوق‌الذکر فقط می‌توانند کارایی کلی را محاسبه کنند و کارایی‌های مختص دوره را باید به‌طور جداگانه محاسبه کرد. به‌علاوه، رابطه بین کارایی کلی و کارایی‌های دوره‌ای که به‌طور شهودی انتظار می‌رود وجود داشته باشد، نامعلوم است. تنها مدل جمعی تونه و تسوتسویی [15] قادر است به‌طور هم‌زمان کارایی کلی و کارایی‌های دوره‌ای را اندازه‌گیری کند و نشان می‌دهد که کارایی کلی، متوسط حسابی کارایی‌های دوره‌ای از سمت ورودی و یک متوسط هارمونیک از سمت خروجی است. این اندازه غیرشعاعی است و مشخص نیست که چنین رابطه‌ای در اندازه شعاعی متعارف وجود داشته باشد. کائو [16] یک مدل رابطه‌ای جهت محاسبه کارایی کلی و کارایی‌های دوره‌ای در یک سیستم تولید چنددوره‌ای ایجاد کرد که در آن دوره‌های متوالی به‌وسیله جریان به یکدیگر متصل می‌شوند. این جریان می‌تواند موجودی سرمایه، خروجی بینابینی، یا هر نوع مانده انتقالی دیگر، مثلا موجودی انبار، باشد. یک رابطه ریاضی که در آن متمم کارایی سیستم یک ترکیب خطی از متمم‌های کارایی‌های دوره‌ای است، به‌دست آورده شد. این مدل از شکل مضربی مدل *DEA* متعارف ایجادشده و لذا به‌آسانی قابل‌درک است.

در این مقاله رویکرد *DEA* پویا جدیدی را که «*DEA* پویا با مرز دوگانه» نامیده می‌شود، برای محاسبه کارایی کلی و کارایی‌های دوره‌ای در یک سیستم تولید چنددوره‌ای معرفی می‌کنیم. *DEA* پویا با مرز دوگانه دو نوع کارایی را برای تصمیم‌گیری درنظر می‌گیرد؛ یکی نسبت

[1] Pareto efficiency

به مرز بهترین عملکرد اندازه‌گیری می‌شود و بهترین کارایی نسبی یا کارایی خوش‌بینانه نامیده می‌شود و دیگری نسبت به مرز بدترین عملکرد سنجیده می‌شود و بدترین کارایی نسبی یا کارایی بدبینانه نامیده می‌شود [17], [18]. *DEA* پویا سنتی فقط بهترین کارایی‌های نسبی گروهی از *DMUs* را ضمن اجتناب از کارایی‌های بدبینانه اندازه‌گیری می‌کند؛ بنابراین، نمی‌تواند یک سنجش کلی از *DMUs* ارایه دهد. پیشنهاد می‌شود که هر دو کارایی را در قالب یک کارایی میانگین هندسی ادغام کنیم که عملکرد کلی هر *DMU* را اندازه‌گیری می‌کند. مشاهده می‌شود که کارایی میانگین هندسی قدرت افتراق بیش‌تری نسبت به هرکدام از دو کارایی دارد [19]. یک مثال عددی برای بررسی تاثیر بین‌دوره‌ای موجودی جنگل بر کارایی کلی با استفاده از رویکرد پیشنهادشده در این مقاله مورداستفاده قرار می‌گیرد.

در ادامه مقاله به‌صورت ذیل سازمان‌دهی شده است؛ بخش ۲، مدل اساسی *DEA* برای اندازه‌گیری کارایی *DMUs* را نشان می‌دهد. بخش ۳، *DEA* پویا با مرز دوگانه را معرفی می‌کند و مدل‌های آن را برای اندازه‌گیری کارایی‌های خوش‌بینانه و بدبینانه *DMUs* بیان می‌کند و یک اندازه عملکرد کلی را برای رتبه‌بندی آن‌ها پیشنهاد می‌نماید. در بخش ٤، مثال مربوط به جنگل‌های تایوان برای نشان دادن ایده شرح داده‌شده در قسمت‌های قبل مورداستفاده قرار می‌گیرد و بخش ٥، نتیجه‌گیری مقاله را بیان می‌کند.

۲- زمینه

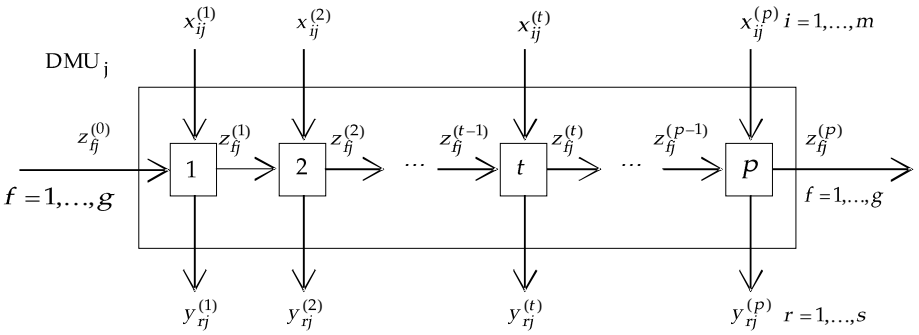
در اندازه‌گیری کارایی نسبی مجموعه‌ای از n *DMU* که از m ورودی برای تولید s خروجی در طی p دوره زمانی استفاده می‌کنند، عموما از کمیت‌های کامل در طی p دوره استفاده می‌شود. فرض کنید $x_{ij}^{(t)}$ و $y_{rj}^{(t)}$ به ترتیب نشان‌دهنده ورودی شماره i و خروجی شماره r از *DMU* شماره j در دوره t باشد. به‌علاوه، $x_{ij}=\sum_{t=1}^{p}x_{ij}^{(t)}$ و $y_{rj}=\sum_{t=1}^{p}y_{rj}^{(t)}$ به ترتیب نشان‌دهنده کمیت مجموع ورودی شماره i و خروجی شماره r در طی p دوره هستند. مدل با ماهیت خروجی برای اندازه‌گیری کارایی DMU_o ، e_o ، تحت‌فرض بازده به مقیاس ثابت با درنظرگرفتن تمام p دوره به‌عنوان یک سیستم ایستای کلی به‌صورت زیر قابل بیان است [1]:

$$
\begin{aligned}
& 1/e_o = \min \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}, \\
& s.t. \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} = 1, \qquad (1) \\
& \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \geq 0, \qquad j=1,\ldots,n, \\
& u_r, v_i \geq \varepsilon \qquad r=1,\ldots,s, \quad i=1,\ldots,m.
\end{aligned}
$$

که در این‌جا u_r و v_i مضارب مجازی هستند و ε یک عدد نا ارشمیدسی است که برای جلوگیری از چشم‌پوشی از هرگونه عامل در محاسبه کارایی وارد شده است [20].

سیستم پویای درنظر گرفته‌شده در این مقاله یک سلسله از دوره‌ها است که با جریان‌های $z_{fj}^{(t)}$ به‌صورت نشان داده‌شده در **شکل ۱** به یکدیگر متصل شده‌اند. مفهوم جریان که در این مقاله استفاده شده، بسیار عمومی است. این می‌تواند یک ورودی شبه‌ثابت باشد که در آن بخشی از خروجی تولیدشده در دوره قبل برای تولید در دوره جاری نگه داشته می‌شود. نمونه‌ای از این، تولید برق است [21]. هم‌چنین، می‌تواند محصولات بینابینی غیراختیاری باشد که به‌طور کامل برای تولید در دوره بعد استفاده می‌شوند و نقشی که سرمایه خاک در ایجاد اثر چرخشی در تولید محصول دارد [7]، نمونه‌ای از این حالت است. صرف‌نظر از این‌که تمام یا بخشی از جریان‌های یک دوره به‌عنوان ورودی دوره بعد استفاده می‌شود، ساختار سیستم‌های پویا یکسان است. بخشی که برای تولید در دوره بعد استفاده می‌شود، با $z_{fj}^{(t)}$ نشان داده می‌شود و بخشی که خروجی دوره کنونی است، با $y_{rj}^{(t)}$ نشان داده می‌شود.

عزیزی / پژوهش‌های نوین در ارزیابی عملکرد، دوره ۲، شماره ۱، بهار ۱۴۰۲، صفحه: ۲۳-۱۴



شکل ۱- سیستم پویا با جریان‌های دو دوره متوالی.

Figure 1- Dynamic system with flows of two consecutive periods.

فعالیت‌های انتقالی، یا به‌اصطلاح جریان‌ها را به چهار دسته به شرح زیر می‌توان تقسیم کرد [15]:

۱. جریان مطلوب (خوب): این نشان‌دهنده انتقال مطلوب است، یعنی عایدی‌های حفظ‌شده و مازاد خالص کسب‌شده که به دوره بعد انتقال داده می‌شود. کمبود نسبی جریان‌ها در این دسته به‌عنوان ناکارایی درنظر گرفته می‌شود.

۲. جریان نامطلوب (بد): این مربوط به انتقال نامطلوب است، مثلا ضرر انتقال‌یافته به جلو، بدهی بد و موجودی مرده. فزونی نسبی در جریان‌های این دسته به‌عنوان ناکارایی درنظر گرفته می‌شود.

۳. جریان اختیاری (آزاد): این متناظر با انتقالی است که *DMU* می‌تواند آزادانه به آن رسیدگی کند. مقدار آن می‌تواند بیش‌تر یا کم‌تر از مقدار مشاهده شده باشد. انحراف از مقدار فعلی به‌طور مستقیم در ارزیابی کارایی منعکس نمی‌شود، بلکه شرط تداوم بین دو دوره تاثیر غیرمستقیمی بر نمره‌ی کارایی دارد.

٤. جریان غیراختیاری (ثابت): این نشان‌دهنده انتقالی است که خارج از کنترل *DMU* است. مقدار آن در سطح مشاهده‌شده ثابت است. مشابه جریان آزاد، جریان ثابت به‌طور غیرمستقیم از طریق شرط تداوم بین دو دوره بر نمره‌ی کارایی تاثیر می‌گذارد.

۳- DEA پویا با مرز دوگانه

در مطالعه عملکرد یک سیستم شبکه‌ای متشکل از چندین فرآیند متصل شده به‌صورت متوالی، کائو [22] یک مدل رابطه‌ای را برای اندازه‌گیری هم‌زمان کارایی سیستم‌ها و کارایی‌های فرآیند ارایه کرد. این مدل دو مشخصه‌ی عمده دارد؛ یکی آن است که علاوه‌بر قیود متعارف مرتبط با سیستم، هر فرآیند با یک قید همراه است که الزام می‌کند که خروجی تجمیعی کم‌تر یا مساوی با ورودی تجمیعی باشد. دیگری آن است که هر عامل، صرف‌نظر از این‌که در هر دوره به‌عنوان ورودی یا خروجی باشد، با مضرب یکسانی همراه است. فلسفه این امر آن است که به یک عامل یکسان باید ارزش یکسانی داده شود. کائو و هوانگ [23] براساس مقاله کائو [22]، مدلی را برای اندازه‌گیری کارایی سیستم و کارایی‌های فرآیند برای یک سیستم متوالی عمومی با دوره فرمول‌بندی کردند.

۳-۱- مدل DEA پویای خوش‌بینانه

در مقاله کائو و هوانگ [23]، علاوه‌بر قیود متعارف متناظر با سیستم‌ها در **مدل (۱)**، مجموعه‌ای از p قید متناظر با عملیات p فرآیند برای هر *DMU*، اضافه شده است؛ اما محصولات بینابینی دوره‌های اول و آخر مورد چشم‌پوشی قرار گرفته‌اند. کائو [16] دو کمیت چشم‌پوشی شده توسط کائو و هوانگ [23] را وارد مدل کرد و مدل زیر را برای سیستم‌های پویا مورداستفاده قرار داد:

$$1/\theta_o = \min \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fo}^{(0)},$$

s.t.

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fo}^{(p)} = 1, \qquad (۲)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fj}^{(0)}\right) - \left(\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fj}^{(p)}\right) \geq 0, \qquad j = 1,\ldots,n,$$

$$\left(\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^{(t)} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fj}^{(t-1)}\right) - \left(\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^{(t)} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fj}^{(t)}\right) \geq 0, \qquad j = 1,\ldots,n, \;\; t = 1,\ldots,p,$$

$$u_r, v_i, w_f \geq \varepsilon, \qquad r = 1,\ldots,s, \;\; i = 1,\ldots,m, \;\; f = 1,\ldots,g.$$

برای هر *DMU*، مجموع قیود مرتبط با دوره‌ها، یعنی قیدهای موجود در سومین مجموعه قیود، برابر با قید مرتبط با سیستم، یعنی قید موجود در دومین مجموعه قیود، است؛ لذا مجموعه دوم قید زاید است و می‌توان آن را حذف کرد.

وقتی‌که یک جواب بهینه (u_r^*, v_i^*, w_f^*) به‌دست آمد، کارایی خوش‌بینانه کل سیستم، θ_o^S و کارایی‌های خوش‌بینانه دوره‌های t، ($\theta_o^{(t)}$ $t = 1,\ldots,p$) برای DMU_o براساس مجموعه‌های دوم و سوم قیود **مدل (۲)** به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_o^S = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{ro} + \sum_{f=1}^{g} w_f^* z_{fo}^{(p)}}{\sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{io} + \sum_{f=1}^{g} w_f^* z_{fo}^{(0)}},$$

$$\theta_o^{(t)} = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{ro}^{(t)} + \sum_{f=1}^{g} w_f^* z_{fo}^{(t)}}{\sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{io}^{(t)} + \sum_{f=1}^{g} w_f^* z_{fo}^{(t-1)}}. \qquad (۳)$$

تعریف ۱- اگر مجموعه‌ای از وزن‌های مثبت u_r^* ($r = 1,\ldots,s$)، v_i^* ($i = 1,\ldots,m$) و w_f^* ($f = 1,\ldots,g$) وجود داشته باشند که باعث شود $\theta_o^{S^*} = 1$، آن‌گاه DMU_o کارای خوش‌بینانه نامیده می‌شود؛ در غیر این‌صورت به آن غیرکارای خوش‌بینانه می‌گویند.

اندازه‌های ایستا و پویای کارایی را می‌توان از نقطه‌نظر تئوری باهم مقایسه کرد. در یک سیستم پویا، اگر همه p دوره را به‌عنوان سیستم کامل ایستا درنظر بگیریم که در آن اطلاعات عملیات و روابط بینابینی p دوره چشم‌پوشی می‌شود، آن‌گاه روش متعارف محاسبه کارایی سیستم با روش نشان داده شده در **مدل (۲)** یکسان است، جز این‌که قیود متناظر با دوره‌ها، یعنی مجموعه سوم قیود، حذف می‌شوند. درنتیجه، کارایی محاسبه‌شده از مدل ایستا بزرگ‌تر از کارایی محاسبه‌شده از مدل پویا است.

۲-۳- مدل DEA پویای بدبینانه

به خاطر نیاز به توسعه نظریه‌ی *DEA* پویا و روش‌های آن و هم کاربردهای واقعی آن، مدل *DEA* پویای زیر را پیشنهاد می‌کنیم که یک *DMU* را از دیدگاه بدبینانه ارزیابی می‌کند:

$$1/\varphi_o = \max \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fo}^{(0)},$$

$$s.t.$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fo}^{(p)} = 1,$$

$$\left(\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fj}^{(0)}\right) - \left(\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fj}^{(p)}\right) \leq 0, \qquad j = 1,\ldots,n,$$

$$\left(\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^{(t)} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fj}^{(t-1)}\right) - \left(\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^{(t)} + \sum_{f=1}^{g} w_f z_{fj}^{(t)}\right) \leq 0, \qquad j = 1,\ldots,n \;\; t = 1,\ldots,p, \qquad (۴)$$

$$u_r, v_i, w_f \geq \varepsilon, \qquad r = 1,\ldots,s, \;\; i = 1,\ldots,m, \;\; f = 1,\ldots,g.$$

مدل (٤) الزام می‌کند که یک عامل یکسان، مضرب یکسانی داشته باشد. به‌عبارت‌دیگر، $z_{fj}^{(t-1)}$ و $z_{fj}^{(t)}$ باید مضرب یکسان w_f داشته باشند؛ هم‌چنین برای هر *DMU*، مجموع قیود مرتبط با دوره‌ها، یعنی قیدهای موجود در سومین مجموعه قیود، برابر با قید مرتبط با سیستم، یعنی قید موجود در دومین مجموعه‌ی قیود است؛ لذا مجموعه دوم قید زاید است و می‌توان آن را حذف کرد.

عزیزی / پژوهش‌های نوین در ارزیابی عملکرد، دوره ۲، شماره ۱، بهار ۱۴۰۲، صفحه: ۲۳-۱۴

وقتی‌که یک جواب بهینه (u_r^*, v_i^*, w_f^*) به‌دست آمد، کارایی بدبینانه کل سیستم، φ_o^S و کارایی‌های بدبینانه دوره‌های t، $t=1,\ldots,p$ ($\varphi_o^{(t)}$) برای DMU_o براساس مجموعه‌ی دوم و سوم قیود **مدل (٤)** به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_o^S = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{ro} + \sum_{f=1}^{g} w_f^* z_{fo}^{(p)}}{\sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{io} + \sum_{f=1}^{g} w_f^* z_{fo}^{(0)}},$$
$$f_o^{(t)} = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{ro}^{(t)} + \sum_{f=1}^{g} w_f^* z_{fo}^{(t)}}{\sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{io}^{(t)} + \sum_{f=1}^{g} w_f^* z_{fo}^{(t-1)}}. \qquad (۵)$$

تعریف ۲- اگر مجموعه‌ای از وزن‌های مثبت u_r^* $(r=1,\ldots,s)$، v_i^* $(i=1,\ldots,m)$ و w_f^* $(f=1,\ldots,g)$ وجود داشته باشند تا $\varphi_o^{S^*}=1$ را تامین کنند، می‌گوییم که DMU_o ناکارای بدبینانه است. در غیر این‌صورت، می‌گوییم که DMU_o غیرناکارای بدبینانه است.

۳-۳- اندازه عملکرد کلی

ازآن‌جا که کارایی‌های خوش‌بینانه و بدبینانه از دیدگاه‌های متفاوتی در محدوده کارایی متفاوتی اندازه‌گیری شده‌اند، معمولا ازنظر بزرگی قابل‌مقایسه نیستند. به‌عبارت‌دیگر، کارایی بدبینانه φ_o^{worst} کوچک‌تر از کارایی خوش‌بینانه θ_o^{best} نخواهد بود.

در تحقیق وانگ و همکاران [19]، کارایی‌های خوش‌بینانه و بدبینانه عملکرد n تا DMU را در دو حالت انتهایی اندازه‌گیری می‌کنند که بهترین یا بدترین حالت هستند. ازنظر تئوری، این دو کارایی را باید به‌طور هم‌زمان درنظر گرفت تا یک سنجش کلی از عملکرد هر یک از n DMU به‌دست آید. این چیزی است که ما به آن تحلیل مرز دوگانه می‌گوییم. برای این‌منظور، وانگ و همکاران [19] یک شاخص کارایی متوسط هندسی را پیشنهاد کردند که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi_j^{\text{Geometric}} = \sqrt{\theta_j^{\text{best}} \times \varphi_j^{\text{worst}}}, \qquad j=1,\ldots,n. \qquad (۶)$$

که تصور براین است که عملکرد کلی DMU_j را اندازه‌گیری می‌کند. اولا $\psi_j^{Geometric}$ متوسط هندسی دو کارایی است و لذا، درست مانند کارایی متقابل متوسط، به معنای کارایی است. ثانیا $\psi_j^{Geometric}$ تلفیق کارایی‌های خوش‌بینانه و بدبینانه است و لذا از هر یک از آن‌ها جامع‌تر است. خوانندگان علاقه‌مند می‌توانند برای توجیهات نظری در مورد ترجیح متوسط هندسی بر متوسط حسابی و یا سایر گزینه‌ها جهت رتبه‌بندی *DMUs*، به پژوهش وانگ و همکاران [19] مراجعه کنند. در این مقاله، ما متوسط هندسی را برای اندازه‌گیری عملکرد کلی n *DMU* در محیط پویا مورداستفاده قرار خواهیم داد.

۴- یک کاربرد در جنگل‌های تایوان

قبل از سال ۱۹۸۹، جنگل‌های تایوان به سیزده بخش تحت‌مدیریت اداره جنگلبانی تایوان تقسیم‌بندی می‌شدند. در سال ۱۹۸۹، این سیزده بخش به‌صورت هشت بخش بزرگ‌تر تجدید سازمان‌دهی شدند و کائو و یانگ [24] بحث مفصلی را از این فرآیند ارایه کرده‌اند. سه سال بعد، یک ارزیابی پیگیری انجام شد [25] و در سال‌های ۱۹۸۹، ۱۹۹۰، و ۱۹۹۱، اداره جنگلبانی تایوان مجموعه کامل داده‌ها را برای ارزیابی جمع‌آوری کرد و این مجموعه‌داده‌ها برای مطالعه حاضر استفاده شده است.

جنگل‌ها کارکردهای متعددی دارند، اگر همه کارکردها درنظر گرفته شوند؛ آن‌گاه هر بخش احتمالا کارا خواهد بود؛ لذا اکثر مطالعات جنگلی از قانون استفاده متعدد-بازدهی پایدار آمریکا استفاده می‌کنند که الزام می‌کند که جنگل‌ها برای پنج هدف اصلی مدیریت شوند: تفریحات فضای باز، چراگاه، الوار، حوضه آبریز و حیات‌وحش و ماهیان. بنا به گفته کائو [16] هیچ‌کدام از جنگل‌های تایوان به‌عنوان چراگاه یا حیات‌وحش و ماهیان استفاده نمی‌شود، لذا فقط تولید الوار (y_1)، محافظت خاک و حوضه‌ی آبریز (y_2) و تفریح (y_3) در این مقاله درنظر گرفته شده‌اند. مطابق کار کائو و یانگ [26]، تولید تخته و الوار براساس حجم درختان برداشت‌شده و برحسب مترمکعب اندازه‌گیری شده است. کارکرد محافظت خاک به‌سختی قابل‌اندازه‌گیری است، ولی از آن‌جا که بالاتر بودن سطح موجودی جنگل عموما به معنای محافظت بهتر خاک است؛ لذا موجودی جنگل برحسب مترمکعب به‌عنوان عامل جایگزین برای این‌منظور درنظر گرفته شده

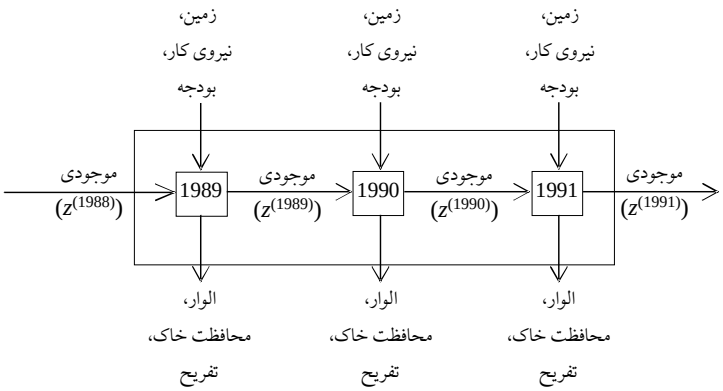
است. تفریح به معنای تعداد افرادی است که برای مقاصد تفریحی به جنگل می‌آیند و برای آن تعداد بازدیدکنندگان درنظر گرفته شده است. علاوه‌براین، این سیستم تولید سه ورودی دارد: زمین (x_1)، نیرو کار (x_2) و بودجه (x_3). زمین به معنای مساحت بخش برحسب هکتار است؛ نیروی کار به معنای تعداد کارکنان است و بودجه برحسب دلار آمریکا درج شده است.

علاوه‌بر ورودی‌ها و خروجی‌های متعارف، یک ورودی شبه‌ثابت نیز وجود دارد که موجودی جنگل (z) است. دو دوره پیاپی براساس موجودی جنگل به‌هم وصل می‌شوند، به‌طوری‌که موجودی دوره t حاصل رشد در دوره $t-1$ منهای برداشت در دوره $t-1$ است. **جدول ۱**، ورودی‌ها، خروجی‌ها و ورودی شبه‌ثابت هشت بخش جنگل تایوان را در سال‌های ۱۹۸۹، ۱۹۹۰ و ۱۹۹۱ نشان می‌دهد.

جدول ۱- داده‌ها هشت بخش جنگلی تایوان در سال‌های ۱۹۸۹ تا ۱۹۹۱.

Table 1- Data of the eight forest districts in Taiwan in 1989–1991.

بخش‌ها	مساحت (x_1) (هکتار)	نیرو کار (x_2) (نفر)	بودجه (x_3) (هزار دلار)	موجودی اولیه ($z^{(t-1)}$) (هزار متر مکعب)	برداشت (y_1) (متر مکعب)	موجودی ($z^{(0)}, y_2$) (هزار متر مکعب)	تفریح (y_3) (بازدید)
Lo tung	527181	1327	35010	16042	9270	48131	358380
1989	175727	445	9826	16042	3160	16044	100025
1990	175727	442	12417	16044	3460	16043	111195
1991	175727	440	12767	16043	2650	16044	147160
Hsin chu	488427	1254	38797	26099	37350	78295	861780
1989	162809	420	9714	26099	10210	26100	280111
1990	162809	418	12495	26100	12030	26098	290132
1991	162809	416	16588	26098	15110	26097	291537
Tung shi	415239	1684	62601	23482	13530	70442	742590
1989	138413	564	23239	23482	5130	23480	270882
1990	138413	560	18602	23480	4290	23481	216470
1991	138413	560	20760	23481	4110	23481	255238
Nan tou	635466	1387	51890	23531	33480	70598	0
1989	211822	465	10989	23531	7640	23540	0
1990	211822	462	20900	23540	13740	23530	0
1991	211822	460	20001	23530	12100	23528	0
Chia yi	418563	1761	24915	13164	10560	39621	2536144
1989	139521	590	15013	13164	6820	13187	1252722
1990	139521	588	3980	13187	2190	13206	598621
1991	139521	583	5922	13206	1550	13228	684801
Pin tung	588144	1037	36499	15880	34830	47635	2892122
1989	196048	346	7424	15880	7120	15884	658368
1990	196048	346	11662	15884	12510	15878	916353
1991	196048	345	17413	15878	15200	15873	1317401
Tai tung	679644	607	17733	26801	45330	80400	477933
1989	226548	203	5258	26801	13360	26802	146233
1990	226548	202	5428	26802	15770	26801	147739
1991	226548	202	7047	26801	16200	26797	183961
Hua lien	962553	1578	36063	44126	11160	132340	185100
1989	329851	530	10459	44126	3330	44120	52427
1990	320851	524	10729	44120	3290	44115	57703
1991	320851	524	14875	44115	4540	44105	74970



شکل ۲- سیستم پویا عملیات جنگل‌های تایوان.

Figure 2- Dynamic system of the operation of Taiwanese forests.

شکل ۲ ساختار سیستم پویای سه‌دوره‌ای را نشان می‌دهد. موجودی اولیه ورودی شبه‌ثابت است که تنها در دوره اول، سال ۱۹۸۹، به‌عنوان یک ورودی خارجی در سیستم ظاهر می‌شود؛ بنابراین، موجودی اولیه بخش برابر با موجودی اولیه دوره اول است، برخلاف عوامل دیگر که مجموع همه دوره‌ها هستند.

براساس ساختار نشان داده‌شده در **شکل ۲**، $z_j^{(1991)}$ را باید به‌عنوان خروجی درنظر گرفت. دقت کنید که این عامل خروجی دارای همان مضرب w است که برای عامل ورودی $z_j^{(1988)}$ به‌کار رفته است، زیرا هر دو عامل یکسانی، یعنی موجودی، هستند. وقتی‌که یک عامل ورودی $z^{(t-1)}$ و یک عامل خروجی $z^{(t)}$ دارای مضرب یکسان w هستند، سهم آن‌ها در نمره کارایی، $wz^{(t)} - wz^{(t-1)}$، کاهش می‌یابد و سبب می‌شود که تاثیر آن‌ها بر نمره کارایی ناچیز باشد. ازنظر تئوری، اگر یک *DMU* در هر دوره برای ورودی شبه‌ثابت مقدار یکسانی بوده باشد، آن‌گاه این ورودی شبه‌ثابت را می‌توان بدون آن‌که تاثیری بر نمره کارایی داشته باشد، حذف کرد. به‌طوری‌که در **جدول ۱** نشان داده شده است، مقادیر $z_j^{(t)}$ در دوره‌های مختلف در یک بخش کاملا پایدار هستند. اگر مضرب مربوطه w مجاز باشد که مقادیر خیلی بزرگی داشته باشد، آن‌گاه یک موجودی اولیه نسبتا کوچک $z_j^{(1988)}$ یا یک موجودی نهایی نسبتا بزرگ $z_j^{(1991)}$ سبب خواهد شد که بخش مربوطه کارا باشد که این منطقی نیست؛ بنابراین، براساس مطالعه کائو [16]، قیود $w \le v_1 + v_2 + v_3$ و $w \le u_1 + u_2 + u_3$ اضافه شده‌اند تا مانع از آن شوند که مقدار بزرگ نامعقولی به w تخصیص داده شود. مقدار بی‌نهایت کوچک غیرارشمیدسی $\varepsilon = 10^{-9}$ منظور شده است.

ما نمرات کارایی خوش‌بینانه را برای *DMUs* محاسبه کردیم. ستون‌های دو تا پنج **جدول ۲** کارایی‌های خوش‌بینانه محاسبه‌شده از **مدل (۲)** را نشان می‌دهند. برخلاف سایر رویکردها، کارایی‌های خوش‌بینانه دوره‌ای را نیز می‌توان از **مدل (۲)** محاسبه کرد. کارایی‌های خوش‌بینانه دوره‌ای در ستون‌های سه تا پنج **جدول ۲** نشان داده شده‌اند. نمرات **جدول ۲** نشان می‌دهند که **مدل (۲)**، DMU_2، DMU_3، DMU_6 و DMU_7 را به‌عنوان کارای خوش‌بینانه شناسایی کرده است.

جدول ۲- کارایی‌های خوش‌بینانه و بدبینانه برای هشت بخش جنگلی در تایوان.

Table 2- Optimistic and pessimistic efficiency measures of the eight forest districts in Taiwan.

بخش‌ها	کارایی‌های خوش‌بینانه				کارایی‌های بدبینانه			
	سیستم	1989	1990	1991	سیستم	1989	1990	1991
Lo tung	0.6647	0.7560	0.7543	0.7459	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Hsin chu	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.4400	1.3315	1.2696	1.1869
Tung shi	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Nan tou	0.7872	0.8461	0.8474	0.8481	1.0000	1.0001	1.0001	1.0001
Chia yi	0.9956	1.0000	1.0000	0.9891	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Pin tung	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Tai tung	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.2205	1.1369	1.1369	1.1394
Hua lien	0.9946	1.0000	0.9893	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

ما از **مدل (٤)** برای اندازه‌گیری کارایی‌های بدبینانه همان هشت *DMU* استفاده کردیم و نمرات نشان داده‌شده در چهار ستون آخر **جدول ۲** را به‌دست آوردیم. به‌طوری‌که در ستون شش **جدول ۲** دیده می‌شود، **مدل (٤)** شش *DMU* را به‌صورت ناکارای بدبینانه شناسایی کرده است. براساس این مدل، DMU_1، DMU_3، DMU_4، DMU_5، DMU_6 و DMU_8 ناکارا بدبینانه هستند. DMU_2 و DMU_7 غیرناکارای بدبینانه شناخته شدند. از آن‌جا که **مدل (۲)**، DMU_2، DMU_3، DMU_6 و DMU_7 را به‌عنوان کارا خوش‌بینانه شناسایی کرده است، یعنی نمره کارایی همه آن‌ها واحد است، ما آن‌ها را براساس مقایسه نمرات کارایی بدبینانه آن‌ها و با استفاده از اندازه **مدل (٦)** به‌صورت $DMU_2 \succ DMU_7 \succ DMU_3 \sim DMU_6$ رتبه‌بندی کردیم که در اینجا $\succ$ یعنی «کاراتر از» و $\sim$ به معنای «بی‌تفاوت» هستند. به‌این‌ترتیب، DMU_2 بهترین عملکرد را داشت؛ DMU_7 عملکردی بهتر از DMU_3 و DMU_6 داشت؛ درحالی‌که عملکردهای DMU_3 و DMU_6 قابل افتراق نبودند. ترتیب رتبه نهایی هشت *DMU* به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\mathrm{DMU}_2 \succ \mathrm{DMU}_7 \succ \mathrm{DMU}_3 \sim \mathrm{DMU}_6 \succ \mathrm{DMU}_5 \succ \mathrm{DMU}_8 \succ \mathrm{DMU}_4 \succ \mathrm{DMU}_1.$$

رتبه‌بندی کامل *DMUs* در **جدول ۳** گزارش شده است.

جدول ۳- اندازه‌های میانگین هندسی و رتبه‌بندی هشت بخش جنگلی در تایوان.

Table 5- Geometric average measures of the eight forest districts in Taiwan and their rankings.

بخش‌ها	اندازه‌های میانگین هندسی				رتبه‌بندی			
	سیستم	1989	1990	1991	سیستم	1989	1990	1991
Lo tung	0.8153	0.8695	0.8685	0.8637	8.0000	8.0000	8.0000	8.0000
Hsin chu	1.2000	1.1539	1.1268	1.0894	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Tung shi	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	3.0000	3.0000	3.0000	3.0000
Nan tou	0.8872	0.9199	0.9206	0.9210	7.0000	7.0000	7.0000	7.0000
Chia yi	0.9978	1.0000	1.0000	0.9945	5.0000	3.0000	3.0000	6.0000
Pin tung	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	3.0000	3.0000	3.0000	3.0000
Tai tung	1.1048	1.0663	1.0663	1.0674	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000
Hua lien	0.9973	0.9946	1.0000	1.0000	6.0000	6.0000	3.0000	3.0000

با **مدل (٤)** توانستیم *DMUs* ناکارا بدبینانه را شناسایی کنیم، ولی نتوانستیم آن‌ها را رتبه‌بندی کنیم. از سوی دیگر، **مدل (۲)** توانست *DMUs* غیرکارا خوش‌بینانه را رتبه‌بندی کند، ولی قادر به رتبه‌بندی *DMUs* کارای خوش‌بینانه نیست. با ترکیب این دو روش تحلیل، توانستیم هم *DMUs* کارا خوش‌بینانه و هم *DMUs* ناکارا بدبینانه را رتبه‌بندی کنیم؛ مثلا **مدل (٤)** نشان می‌دهد که DMU_1، DMU_3، DMU_4، DMU_5، DMU_6 و DMU_8 ناکارای بدبینانه هستند. برای رتبه‌بندی آن‌ها، ما نمرات کارایی خوش‌بینانه آن‌ها را مقایسه کردیم و آن‌ها را به‌صورت زیر رتبه‌بندی کردیم:

$$DMU_3 \sim DMU_6 \succ DMU_5 \succ DMU_8 \succ DMU_4 \succ DMU_1.$$

DMU_3 و DMU_6 هم روی مرز تولید کارا و هم روی مرز تولید ناکارا بودند؛ آن‌ها هم کارای خوش‌بینانه و هم ناکارای بدبینانه بودند. به‌عبارت‌دیگر، دو مرز هم‌زمان از این دو *DMU* عبور می‌کردند. بروز این وضعیت زمانی محتمل است که تعداد *DMUs* موردنظر کم باشد و می‌توان آن را بدین ذیل تفسیر کرد؛ گرچه *DMUs* کارا خوش‌بینانه عملکرد خوبی دارند، ولی برخی *DMUs* کارا خوش‌بینانه عملکردی بدتر از سایرین دارند. به همین‌ترتیب، با آن‌که انتظار داریم که واحدهای ناکارا بدبینانه عملکرد ضعیفی داشته باشند، ولی برخی واحدهای ناکارا بدبینانه بهتر از بقیه عمل می‌کنند؛ لذا، اگر یک *DMU* هم کارا خوش‌بینانه و هم ناکارا بدبینانه باشد، معنایش این است که عملکرد آن نه بهترین است و نه بدترین، مانند DMU_3 و DMU_6 در این مثال.

۵- نتیجه‌گیری

در مقاله‌های کارایی تولید، بسیاری از مولفان تکنیک‌هایی را برای اندازه‌گیری مرز کارایی به‌صورتی که با نظریه اقتصادی بهینه‌سازی رفتار سازگار باشد، ابداع کرده‌اند. وقتی‌که از این مرز کارایی به‌عنوان محک استفاده شود، به‌طور طبیعی می‌توان ناکارایی تولید را اندازه‌گیری کرد. با این حال، مطالعات قبلی از یک چارچوب ایستا استفاده کرده‌اند که در آن ناکارایی تولید به‌صورت انحراف از شرایط مرتبه اول بیشینه‌سازی سود و کمینه‌سازی هزینه در هر دوره به‌دست می‌آید. فرض بهینه‌سازی ایستا، درصورت وجود ورودی‌های شبه‌ثابت، منجربه سوگیری در اندازه‌گیری‌های ناکارایی می‌شود. به‌طور خاص، ناکارایی تخصیصی، به میزانی که ورودی‌های شبه‌ثابت به‌طور لحظه‌ای به سطح بهینه خود تعدیل نمی‌شوند، بیش‌ازحد بیان می‌شود.

کارایی نسبی مجموعه‌ای از *DMUs* در یک دوره زمانی معمولا با درنظرگرفتن سیستم به‌عنوان یک سیستم ایستا محاسبه می‌شود. اگر کل مدت‌زمان را بتوان به دوره‌های زمانی تقسیم کرد و بین دوره‌ها روابط بینابینی وجود داشته باشد، آن‌گاه با یک سیستم پویا مواجه هستیم. در این مقاله مدل‌هایی برای محاسبه کارایی‌های یک سیستم پویا ارایه شد.

در ایجاد مدل پویا بدبینانه، مقاله حاضر از ایده ارایه شده در کائو [16] استفاده می‌کند که هر عامل، صرف‌نظر از این‌که توسط یک فرآیند در هر دوره به‌عنوان ورودی یا خروجی درنظر گرفته می‌شود، همواره با مضرب یکسانی همراه است؛ بنابراین، مدل بدبینانه پیشنهادی قادر است هم‌زمان هم کارایی بدبینانه سیستم و هم کارایی‌های بدبینانه دوره‌ای را اندازه‌گیری کند. *DMUs* که روی مرز تولید ناکارا واقع شده‌اند، *DMUs* ناکارای بدبینانه نامیده می‌شوند. براساس تعاریف *DMUs* کارای خوش‌بینانه و ناکارای بدبینانه، همه‌ی *DMUs* را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد: *DMUs* کارای خوش‌بینانه، *DMUs* ناکارای بدبینانه و *DMUs* نامعین که در این‌جا ممکن است *DMUs* کارا خوش‌بینانه و ناکارا بدبینانه هم‌پوشانی یعنی *DMUs* مشترک نیز داشته باشند.

محاسبه کارایی سیستم و کارایی دوره‌ها در شرایط پویا در این مقاله با استفاده از داده‌های مربوط به جنگل‌های تایوان به دنبال سازمان‌دهی مجدد مورد آزمایش قرار گرفته است. این یافته منجر به این نتیجه‌گیری می‌شود که هرگاه داده‌ها در دسترس باشد، باید برای به‌دست آوردن نتایج قابل‌اعتمادتر، تحلیل پویا انجام شود.

پژوهش‌های بعدی می‌تواند مسایل زیر را بررسی کند:

- کارایی‌های پویا هزینه، درآمد و سود.
- ارزیابی اثرات جابه‌جایی مرز در *DEA* پویا.
- مقایسه‌های بیش‌تر با روش‌های دیگر، مثلا تحلیل پنجره‌ای و شاخص مالمکوئیست.

منابع

[1] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, *2*(6), 429–444.

[2] Cook, W. D., & Seiford, L. M. (2009). Data envelopment analysis (DEA)-thirty years on. *European journal of operational research*, *192*(1), 1–17.

[3] Färe, R. (1986). A dynamic non-parametric measure of output efficiency. *Operations research letters*, *5*(2), 83–85.

[4] Sengupta, J. K. (1994). Measuring dynamic efficiency under risk aversion. *European journal of operational research*, *74*(1), 61–69. DOI: https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90203-8

[5] Färe, R., & Grosskopf, S. (1996). Static production structure. In *Intertemporal production frontiers: with dynamic dea* (pp. 9–45). Dordrecht: Springer Netherlands. DOI: 10.1007/978-94-009-1816-0_2

[6] Sengupta, J. K. (1999). A dynamic efficiency model using data envelopment analysis. *International journal of production economics*, *62*(3), 209–218.

[7] Jaenicke, E. C. (2000). Testing for intermediate outputs in dynamic DEA models: Accounting for soil capital in rotational crop production and productivity measures. *Journal of productivity analysis*, *14*, 247–266.

[8] Nemoto, J., & Goto, M. (1999). Dynamic data envelopment analysis: modeling intertemporal behavior of a firm in the presence of productive inefficiencies. *Economics letters*, *64*(1), 51–56.

[9] Ouellette, P., & Yan, L. (2008). Investment and dynamic DEA. *Journal of froductivity analysis*, *29*, 235–247.

[10] von Geymueller, P. (2009). Static versus dynamic DEA in electricity regulation: the case of US transmission system operators. *Central european journal of operations research*, *17*(4), 397–413. DOI: 10.1007/s10100-009-0099-x

[11] Emrouznejad, A., & Thanassoulis, E. (2005). A mathematical model for dynamic efficiency using data envelopment analysis. *Applied mathematics and computation*, *160*(2), 363–378.

[12] Mateo, F. de, Coelli, T., & O'Donnell, C. (2006). Optimal paths and costs of adjustment in dynamic DEA models: with application to Chilean department stores. *Annals of operations research*, *145*, 211–227.

[13] Silva, E., & Stefanou, S. E. (2007). Dynamic efficiency measurement: theory and application. *American journal of agricultural economics*, *89*(2), 398–419.

[14] Chen, C. M., & van Dalen, J. (2010). Measuring dynamic efficiency: Theories and an integrated methodology. *European journal of operational research*, *203*(3), 749–760.

[15] Tone, K., & Tsutsui, M. (2010). Dynamic DEA: a slacks-based measure approach. *Omega*, *38*(3–4), 145–156.

[16] Kao, C. (2013). Dynamic data envelopment analysis: a relational analysis. *European journal of operational research*, *227*(2), 325–330.

[17] Azizi, H. (2020). New models for selecting third-party reverse logistics providers in the presence of multiple dual-role factors: data envelopment analysis with double frontiers. *Journal of decisions and operations research*, *5*(2), 221–232.

[18] Azizi, H. (n.d.). An approach based on double-frontier DEA for determining priorities and obtaining weights in AHP. *Journal of decisions and operations research*. DOI: 10.22105/dmor.2023.350085.1630

[19] Wang, Y. M., Chin, K. S., & Yang, J. B. (2007). Measuring the performances of decision-making units using geometric average efficiency. *Journal of the operational research society*, *58*(7), 929–937.

[20] Charnes, A., Cooper, W. W., & others. (1984). The non-archimedean CCR ratio for efficiency analysis: a rejoinder to boyd and Färe. *European journal of operational research*, *15*(3), 333–334.

[21] Nemoto, J., & Goto, M. (2003). Measurement of dynamic efficiency in production: an application of data envelopment analysis to Japanese electric utilities. *Journal of productivity analysis*, *19*, 191–210.

[22] Kao, C. (2009). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: a relational model. *European journal of operational research*, *192*(3), 949–962.

[23] Kao, C., & Hwang, S. N. (2010). Efficiency measurement for network systems: IT impact on firm performance. *Decision support systems*, *48*(3), 437–446.

[24] Kao, C., & Yang, Y. C. (1992). Reorganization of forest districts via efficiency measurement. *European journal of operational research*, *58*(3), 356–362.

[25] Kao, C. (2000). Measuring the performance improvement of Taiwan forests after reorganization. *Forest science*, *46*(4), 577–584.

[26] Kao, C., & Yang, Y. C. (1991). Measuring the efficiency of forest management. *Forest science*, *37*(5), 1239–1252.